

Prüfer: Prof. Dr. Thomas Spengler

Name:

Vorname:

Matr.-Nr.:

Fakultät:

Aufgabe	1	2	3	Gesamtpunkte	Note
Punkte					

Unterschrift der Prüfer:

.....

Als Hilfsmittel sind zugelassen: - elektronische Hilfsmittel laut Aushang des Prüfungsausschusses

- Hinweise:**
1. Bitte tragen Sie oben auf diesem Deckblatt zuerst Ihre persönlichen Daten ein!
 2. Die Klausur besteht aus drei Aufgaben, von denen nur zwei zu bearbeiten sind.
 3. Sollten Sie mehr als zwei Aufgaben bearbeiten, so machen Sie bitte kenntlich, welche beiden Aufgaben bewertet werden sollen. Ansonsten werden die ersten beiden Aufgaben bewertet.
 4. Für Multiple Choice Aufgaben gilt Folgendes: Für eine korrekte Antwort erhalten Sie die dem Aufgabenteil entsprechende volle Punktzahl, für eine nicht beantwortete Frage gibt es keine Punkte und für eine falsche Antwort wird Ihnen die Hälfte der dem Aufgabenteil entsprechenden Punkte abgezogen.
 5. Die pro Aufgabe erreichbaren Punkte sind hinter der jeweiligen Aufgabenstellung notiert.
 6. Die Klausur ist bei 50% der Gesamtpunktzahl auf jeden Fall bestanden.
 7. Nachstehend finden Sie die Aufgabensammlung mit integrierten Lösungsfeldern für die Multiple Choice Aufgaben! Markieren bzw. notieren Sie Ihre Antworten bitte sorgfältig in den dafür vorgesehenen Bereichen! Falls Sie eine Korrektur vornehmen müssen, kennzeichnen Sie diese bitte deutlich! Die Lösungen für die Teilaufgaben 2 und 3 sind im (separaten) Lösungsheft zu dieser Klausur zu notieren.
 8. Das Klausurheft zu dieser Klausur besteht aus diesem Deckblatt (1 Seite) plus drei Aufgaben (insges. 6 Seiten); bitte zählen Sie nach! Die Heftung darf nicht gelöst werden!

Viel Erfolg!

Aufgabe 1:

(30 Punkte)

- a) Welche der folgenden Aussagen sind „wahr“ oder „falsch“? (Bitte entsprechendes Feld ankreuzen!)

(15 Punkte)

	wahr	falsch
Eine Fuzzy-Entscheidung ist definiert als Durchschnitt von unscharfen Zielen und unscharfen Restriktionen. Neben dem von Bellman und Zadeh vorgesehenen Minimumoperator können auch andere Operatoren der t -Normen zur Durchschnittsbildung verwendet werden.		
Eine " \cong "-Restriktion im Ausgangsmodell muss stets durch eine „ \lesseqgtr “- und eine „ \gtrless “-Restriktion ersetzt werden, damit eine Lösung generiert werden kann.		
Eine Zugehörigkeitsfunktion ist stets auf das Intervall $[0,1]$ normiert.		
Das kartesische Produkt setzt alle möglichen Kombinationen der Werte zweier oder mehrerer Größen in Beziehung.		
Eine Funktion $L : [0; +\infty[\rightarrow [0,1]$ heißt Referenzfunktion von Fuzzy-Zahlen, wenn gilt: $L(0) = 1$ und L ist nicht steigend in $[0; +\infty[$.		
Die Zugehörigkeitsfunktion einer unscharfen Menge des Nutzens bei Einhaltung einer Restriktion vom Typ $\sum_{j=1}^n a_{ij} \cdot x_j \lesseqgtr b_i; b_i + d_i \quad \forall i = 1, 2, \dots, m$ darf nur linear sein.		
Das arithmetische Mittel zählt zu den parametrisierten kompensatorischen Operatoren.		
In LP-Ansätzen werden im Restriktionenraum ausschließlich Fixierungs- und Satisfizierungsziele abgebildet.		
Eine normalisierte unscharfe Menge \tilde{Z} auf \mathbb{R} heißt Fuzzy-Zahl, wenn es genau ein $x_0 \in \mathbb{R}$ mit $\mu_{\tilde{Z}}(x) = 1$ und $\mu_{\tilde{Z}}$ stückweise stetig ist. Die Bedingung der Konvexität muss nicht erfüllt sein.		
Die stützende Menge einer unscharfen Menge \tilde{A} beinhaltet ausschließlich Elemente mit einem positiven Zugehörigkeitswert.		

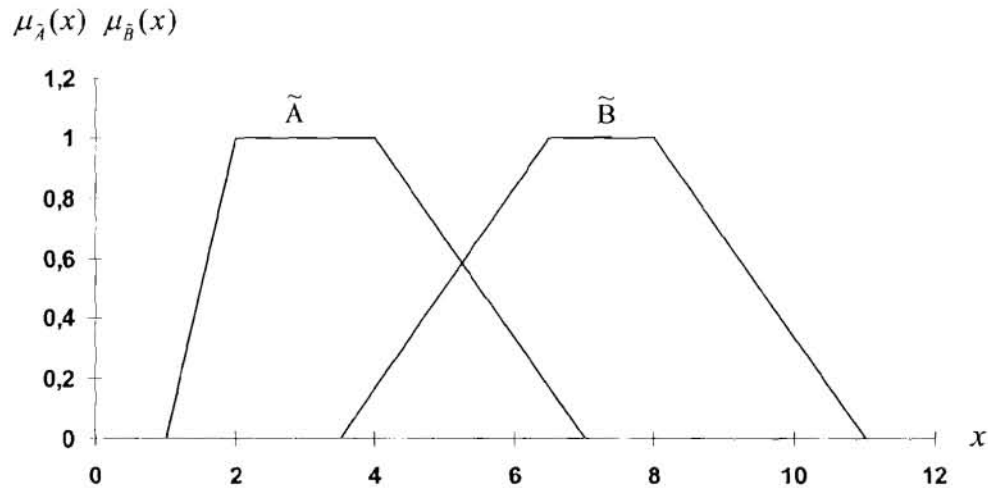
b) Folgende L-R-Fuzzy-Intervalle und LR-Fuzzy-Zahlen sind gegeben:

$$\tilde{A} = (10; 15; 8; 3)_{LR} \quad \tilde{B} = (10; 15; 8; 3)_{LR} \quad \tilde{C} = (102; 8; 17)_{LR} \quad \tilde{D} = (27; 3; 8)_{LR}$$

- Bestimmen Sie $\tilde{A} \oplus \tilde{B}$ und $\tilde{C} \oplus \tilde{D}$!

(4 Punkte)

c) Gegeben sind die in nachstehender Grafik dargestellten unscharfen Mengen \tilde{A} und \tilde{B} .



- Zeichnen Sie die Durchschnitts- und die Vereinigungsmenge von \tilde{A} und \tilde{B} in oben stehende Grafik ein! Verwenden Sie zur Durchschnittsbildung den Minimumoperator und zur Vereinigungsbildung den Maximumoperator!

(5 Punkte)

d) Gegeben sei folgende Ergebnismatrix:

	S_1	S_2	S_3
	0,2	0,2	0,6
\tilde{A}_1	$(5;8;2;4)_{LR}$	$(15;16;8;1)_{LR}$	$(14;16;2;1)_{LR}$
\tilde{A}_2	$(11;12;2;4)_{LR}$	$(2;3;1;5)_{LR}$	$(9;10;2;5)_{LR}$

mit: S_1 - S_3 : Umweltzustände

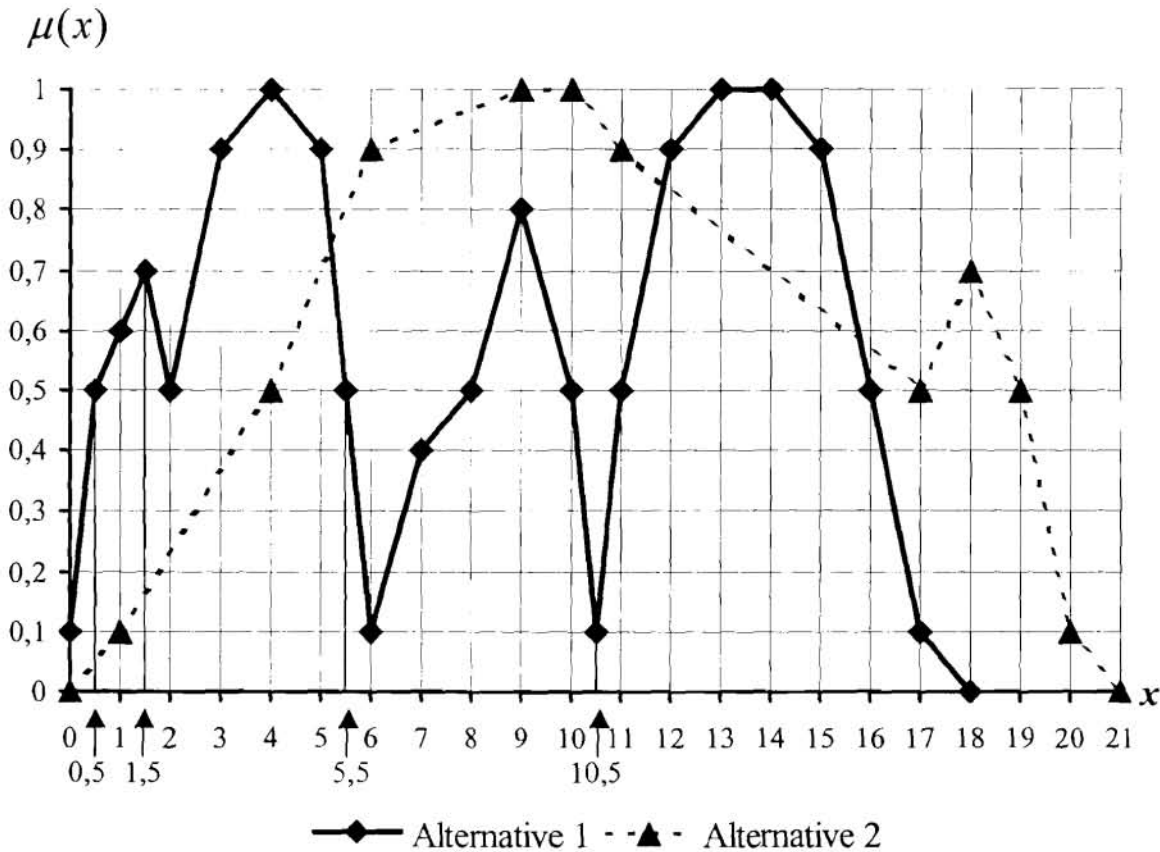
- Bestimmen Sie Fuzzy-Erwartungswerte der Alternativen \tilde{A}_1 und \tilde{A}_2 !

(6 Punkte)

Aufgabe 2:

(30 Punkte)

Gehen Sie von den in nachstehender Grafik dargestellten Fuzzy-Erwartungswerten für die Alternativen 1 und 2 aus!



- a) Welche Entscheidung würde ein Entscheidungsträger treffen, wenn er sich an der
- ρ -Präferenz
 - ε -Präferenz
- orientiert?

Begründen Sie kurz Ihre Antwort!

(4 Punkte)

- b) Neben den in Teilaufgabe a) erwähnten Präferenzrelationen haben Sie in der Vorlesung das sog. Niveau-Ebenen-Verfahren, welches zu den Rangordnungsverfahren zählt, kennengelernt. Berechnen Sie, welche Alternative nach dem Niveau-Ebenen-Verfahren gewählt wird! Berücksichtigen Sie bei Ihrer Berechnung die α -Niveaus 0,1; 0,5 und 0,9!

(20 Punkte)

- c) Erläutern Sie folgende Aussage!

Bei Anwendung des Niveau-Ebenen-Verfahrens kann die Anordnung der Fuzzy-Erwartungswerte durch die berücksichtigten α -Niveaus beeinflusst werden.

(6 Punkte)

Aufgabe 3:

(30 Punkte)

Einem Investor stehen drei voneinander unabhängige und nicht-teilbare Investitionsprojekte (I_1 , I_2 und I_3) zur Auswahl. Die Investitionsprojekte können mehrfach durchgeführt werden. Sie unterscheiden sich hinsichtlich ihrer Deckungsbeiträge, der Amortisationsdauer, der Schadstoffemissionen und hinsichtlich ihrer Kosten (siehe nachstehende Tabelle):

	Deckungsbeitrag (in Mio. Euro)	Amortisationsdauer (in Jahren)	Schadstoffemissionen (in Schadstoffeinheiten)	Kosten (pro Durchführung der Investitionsprojekte)
I_1	$(3,9;4,2;0,4;0,3)_{LR}$	$(10;11;2;3)_{LR}$	$(590;600;10;50)_{LR}$	220.000
I_2	$(1,9;2,2;0,2;0,3)_{LR}$	$(5;6;2;0,5)_{LR}$	$(350;360;10;10)_{LR}$	600.000
I_3	$(5,1;5,3;0,2;0,1)_{LR}$	$(2;2,5;1;0,5)_{LR}$	$(520;540;20;15)_{LR}$	720.000

Dem Investor steht auf jeden Fall ein Budget von 15 Mio. Euro zur Verfügung, welches notfalls um höchstens 15% überschritten werden darf.

Da mit der Durchführung von Investitionsprojekt 2 die geringsten Schadstoffemissionen verbunden sind, möchte der Investor aus Imagegründen, dass dieses Projekt mindestens drei Mal durchgeführt wird. Voll zufrieden wäre der Investor allerdings erst ab vier Durchführungen des Projektes.

Den Personalbedarf für die einmalige Durchführung der Investitionsprojekte schätzt der Investor gemäß nachfolgender Tabelle ein:

	Anzahl benötigter Arbeitskräfte (pro Durchführung)
I_1	$(4;5;2;1)_{LR}$
I_2	$(3;4,5;1;1,5)_{LR}$
I_3	7

Zur Durchführung seiner Projekte kann der Investor 115 Arbeitskräfte einplanen. 25 weitere Arbeitskräfte sind von einer Zeitarbeitsfirma kurzfristig rekrutierbar; dies sollte jedoch möglichst vermieden werden.

Der Investor verfolgt bei seiner Investitionsentscheidung die Ziele:

- Maximierung der Deckungsbeiträge (Ziel 1)
 - Minimierung der Amortisationsdauer (Ziel 2)
 - Minimierung der Schadstoffemissionen (Ziel 3)
-
- Formulieren Sie für die oben beschriebene Problemstellung das Ausgangsmodell, das Hilfsprogramm 1 (H1) und das Hilfsprogramm 2 (H2). Bestimmen Sie explizit die Untergrenze für Ziel 1 und die Obergrenze für Ziel 2! Gehen Sie dabei von folgenden Ergebnissen für H1 und H2 aus:

	Ergebnisse H1	Ergebnisse H2
Ziel 1	$I_1^*(z_1) = 4; I_2^*(z_1) = 3; I_3^*(z_1) = 14; \bar{z}_1 = 92,7$	$I_1^{**}(z_1) = 18; I_2^{**}(z_1) = 4; I_3^{**}(z_1) = 1$
Ziel 2	$I_1^*(z_2) = 0; I_2^*(z_2) = 3; I_3^*(z_2) = 0; \bar{z}_2 = 18$	$I_1^{**}(z_2) = 0; I_2^{**}(z_2) = 4; I_3^{**}(z_2) = 0$
Ziel 3	$I_1^*(z_3) = 0; I_2^*(z_3) = 3; I_3^*(z_3) = 0; \bar{z}_3 = 1080$	$I_1^{**}(z_3) = 0; I_2^{**}(z_3) = 4; I_3^{**}(z_3) = 0$