



---

**Klausur zur Lehrveranstaltung**  
**Das Traveling Salesman-Problem –**  
**Exakte und heuristische Lösungsverfahren für kombinatorische**  
**Optimierungsprobleme (1957)**  
**13. Februar 2006**

**Name:** ..... **Vorname:** ..... **Matrikelnummer:** .....

Allgemeine Hinweise:

1. Schreiben Sie nach Ausfüllen dieses Deckblattes nochmals auf alle Ihnen ausgehändigten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer!
2. Lassen Sie bitte zur Erleichterung der Korrektur einen genügend breiten, unbeschrifteten Rand (mindestens 4 cm)!
3. Kontrollieren Sie vor Beginn der Bearbeitung der Klausur die Vollständigkeit des Aufgabentextes! Der Aufgabentext umfasst **3 Aufgaben**, von denen alle zu bearbeiten sind. Das Lösen der Heftklammern ist nicht gestattet und wird als Täuschungsversuch geahndet.
4. Schreiben Sie leserlich und nummerieren Sie die verwendeten Seiten. Beginnen Sie jede Aufgabe auf einer neuen Seite. Verwenden Sie nur Schreibgeräte mit dokumentenechter Tinte. Bleistifte sowie die Verwendung von roter Tinte sind nicht zugelassen.
5. Geben Sie zu jeder Aufgabe den Lösungsansatz bzw. den Lösungsweg an, für die isolierte Präsentation richtiger Endergebnisse werden keine Punkte vergeben.
6. **Erlaubte Hilfsmittel:** Schreibgeräte, nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion, Wörterbücher.

### Aufgabe 1 (20 Punkte)

Ein Traveling Salesman-Problem auf einem gerichteten Graph sei durch folgende (modifizierte) Bewertungsmatrix  $C(G)$  beschrieben:

| $C(G)$ | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
|--------|----|----|----|----|----|
| 1      | M  | 56 | 85 | 23 | 49 |
| 2      | 18 | M  | 31 | 45 | 76 |
| 3      | 92 | 25 | M  | 15 | 38 |
| 4      | 62 | 89 | 26 | M  | 69 |
| 5      | 54 | 24 | 59 | 43 | M  |

- Bestimmen Sie einen Vorgänger-Nachfolger-Bound!
- Führen Sie eine Bound-Bestimmung durch Zeilen- und Spaltenreduktion durch!
- Weisen Sie formal nach, dass die Reduktion der Bewertungsmatrix zu einem äquivalenten Traveling Salesman-Problem führt!

### Aufgabe 2 (20 Punkte)

Ein euklidisches Traveling Salesman-Problem auf einem ungerichteten Graphen sei durch folgende (modifizierte) Bewertungsmatrix  $C(G)$  (in km) beschrieben:

| $C(G)$ | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  |
|--------|---|---|----|----|----|----|
| 1      | M | 8 | 10 | 16 | 13 | 16 |
| 2      |   | M | 5  | 11 | 7  | 11 |
| 3      |   |   | M  | 7  | 11 | 15 |
| 4      |   |   |    | M  | 15 | 19 |
| 5      |   |   |    |    | M  | 4  |
| 6      |   |   |    |    |    | M  |

Das gegebene Traveling Salesman-Problem sei auf das zugehörige 2-Matching-Problem relaxiert. Durch Lösen dieses Problems erhält man die folgende, aus zwei Kurzyklen bestehende Lösung:

$$1 - 2 - 3 - 4 - 1$$
$$5 - 6 - 5 .$$

Der zugehörige Zielfunktionswert beträgt 44 (km).

- a) Formulieren Sie das 2-Matching-Problem für die gegebene Bewertungsmatrix explizit! Definieren Sie auch die verwendeten Symbole!
- b) Geben Sie die Zusammenhangsbedingungen zum Ausschluss der beiden oben genannten Kurzyklen an!
- c) Ermitteln Sie ausgehend von der gegebenen Ausgangslösung eine zulässige Lösung für das Traveling-Salesman-Problem mit Hilfe des Subtoureliminationsverfahrens und geben Sie den zugehörigen Zielfunktionswert an!
- d) Was lässt sich mit Hilfe der beiden ermittelten Zielfunktionswerte über den optimalen Zielfunktionswert des Traveling Salesman-Problems aussagen?

### **Aufgabe 3** (10 Punkte)

Ermitteln Sie den Rechenaufwand für das Savings-Verfahren! Notieren Sie dazu die einzelnen Verfahrensschritte **stichpunktartig** und geben Sie den jeweils erforderlichen Rechenaufwand an. Berechnen Sie aus den so ermittelten Werten den Gesamtrechenaufwand für das Verfahren!