



**Klausur zur Lehrveranstaltung**  
**Das Traveling Salesman-Problem –**  
**Exakte und heuristische Lösungsverfahren für kombinatorische**  
**Optimierungsprobleme**

**PN 1957**

**26. Juli 2004**

**Name:** ..... **Vorname:** ..... **Matrikelnummer:** .....

Allgemeine Hinweise:

1. Schreiben Sie nach Ausfüllen dieses Deckblattes nochmals auf alle Ihnen ausgehändigten Blätter Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer!
2. Lassen Sie bitte zur Erleichterung der Korrektur einen genügend breiten, unbeschrifteten Rand (mindestens 4 cm)!
3. Kontrollieren Sie vor Beginn der Bearbeitung der Klausur die Vollständigkeit des Aufgabentextes! Der Aufgabentext umfasst 4 Seiten (einschließlich des Deckblatts).
4. Erlaubte Hilfsmittel: Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Textverarbeitungsfunktion, Wörterbuch ohne handschriftliche Anmerkungen.

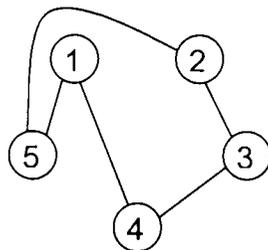
|                   |    |    |    |   |        |
|-------------------|----|----|----|---|--------|
| Aufgabe           | 1  | 2  | 3  | 3 | Gesamt |
| Punkte erreichbar | 20 | 12 | 12 | 6 | 50     |

### Aufgabe 1 (20 Punkte)

Ein Traveling Salesman-Problem (Minimierungsproblem) sei durch folgende Bewertungsmatrix definiert:

|   | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  |
|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 0  | 24 | 12 | 18 | 6  |
| 2 | 24 | 0  | 20 | 14 | 30 |
| 3 | 12 | 20 | 0  | 26 | 14 |
| 4 | 18 | 14 | 26 | 0  | 22 |
| 5 | 6  | 30 | 14 | 22 | 0  |

- Bestimmen Sie eine zulässige Lösung und den zugehörigen Zielfunktionswert mittels Largest Sum Insertion! Beginnen Sie mit dem kürzesten Zweierzyklus!
- Führen Sie ausgehend von folgender Startlösung



**einen** Schritt des 2-opt-Verfahrens aus! Ermitteln Sie dabei die Lösung, die die in diesem Schritt bestmögliche Verbesserung des Zielfunktionswertes ermöglicht und geben Sie den neuen Zielfunktionswert an!

### Aufgabe 2 (12 Punkte)

- Definieren Sie den Begriff „Nachbarschaft einer Lösung“!
- Geben Sie die Adjacent Swap-Nachbarschaft für folgende Lösung eines Traveling Salesman-Problems mit 6 Knoten an!

1 – 4 – 2 – 5 – 3 – 6 – 1

- Wie groß ist die Mächtigkeit der in b) angegebenen Nachbarschaft allgemein in Abhängigkeit von der Anzahl der Knoten?
- Welche Eigenschaften sollten Nachbarschaften im Allgemeinen haben? Erläutern Sie diese kurz!

**Aufgabe 3 (12 Punkte)**

Ein Unternehmen plant seine Auslieferungstouren für den nächsten Tag, an dem vier Filialen von einem Auslieferungslager beliefert werden sollen. Die (kürzesten) Entfernungen zwischen dem Auslieferungslager und den Filialen bzw. zwischen den einzelnen Filialen sind in der folgenden Tabelle angegeben. (Die Werte unterhalb der Hauptdiagonalen sind mit den entsprechenden Werten oberhalb der Hauptdiagonalen identisch!)

| Distanz [km]<br>Nach<br>Von | Auslieferungslager | Filiale 1 | Filiale 2 | Filiale 3 | Filiale 4 |
|-----------------------------|--------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Auslieferungslager          | 0                  | 30        | 40        | 50        | 45        |
| Filiale 1                   |                    | 0         | 50        | 80        | 65        |
| Filiale 2                   |                    |           | 0         | 65        | 30        |
| Filiale 3                   |                    |           |           | 0         | 35        |
| Filiale 4                   |                    |           |           |           | 0         |

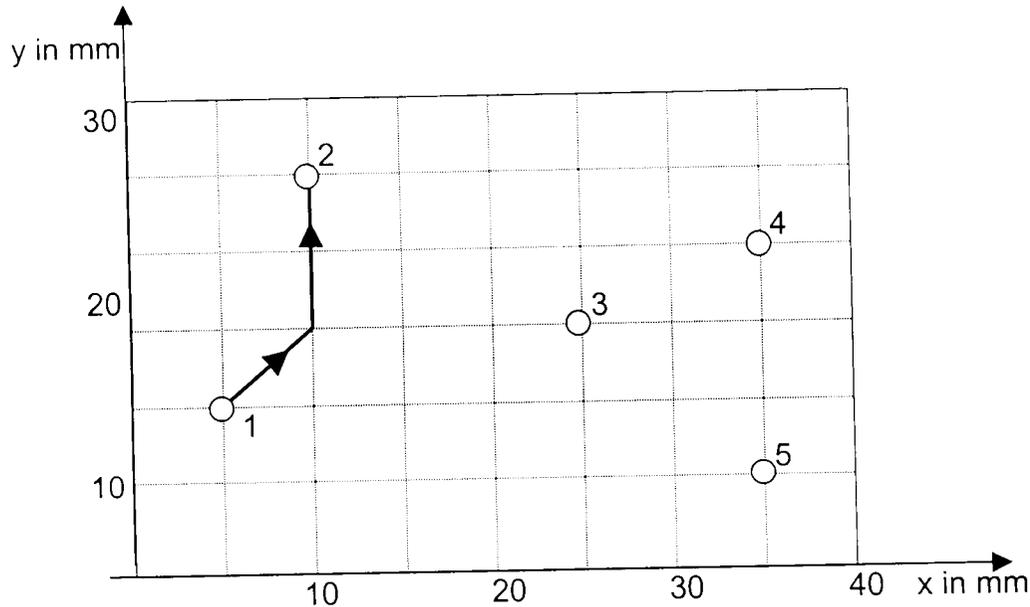
- Bestimmen Sie die Gesamtlänge aller Pendeltouren!
- Die Ausgangslösung (Pendeltouren) soll mit Hilfe des Savings-Verfahren verbessert werden. Bestimmen Sie hierzu zunächst die Savings-Werte  $s_{ij}$  und tragen Sie diese in die folgende Tabelle ein! Aufgrund der Symmetrie der Entfernungsmatrix brauchen die grau schattierten Felder nicht ausgefüllt zu werden!

| $s_{ij}$  | Filiale 1 | Filiale 2 | Filiale 3 | Filiale 4 |
|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Filiale 1 |           |           |           |           |
| Filiale 2 |           |           |           |           |
| Filiale 3 |           |           |           |           |
| Filiale 4 |           |           |           |           |

- Führen Sie das Savings-Verfahren durch! Wie lang ist die gesamte zurückzulegende Strecke?
- Was kann allgemein über die Optimalität einer durch das Savings-Verfahren erzeugten Rundreise ausgesagt werden?

#### Aufgabe 4 (6 Punkte)

Bei der Platinenherstellung müssen Bohrlöcher in Metalltafeln eingebracht werden. Die im folgenden abgebildete Platine soll mit den eingezeichneten Bohrlöchern Nr. 1 – Nr. 5 versehen werden.



Es wird eine Bohranlage genutzt, bei der sich der Bohrkopf gleichzeitig horizontal und vertikal bewegen kann. In jede der beiden Richtungen wird er mit der gleichen Geschwindigkeit durch jeweils einen Motor angetrieben. Bei Erreichen der ersten der beiden Zielkoordinaten wird der entsprechende Motor ausgeschaltet; danach bewegt nur noch der andere Motor den Bohrkopf entlang der bereits erreichten Zielkoordinaten in Richtung des Bohrloches weiter. Der Verfahrensweg, der sich ergeben würde, wenn sich der Bohrkopf zum Beispiel von Bohrloch Nr. 1 zu Bohrloch Nr. 2 bewegen würde, ist in der obigen Darstellung demonstriert.

Der Bohrkopf startet im Punkt (0, 0) und kehrt nach Abfahren aller zu bohrenden Löcher zum Ausgangspunkt zurück, wobei jedes Bohrloch genau einmal angefahren wird. Ziel ist es, die Gesamtverfahrzeit zu minimieren.

Ermitteln Sie eine Bewertungsmatrix des zu der oben beschriebenen Problemstellung gehörenden Traveling Salesman-Problems!