Klausur: Einführung in die Ökonometrie

Prüfer:
Prof. Dr. Karl-Heinz Paqué
Dr. Ludwig v. Auer

Semester: WS 1999/00

Als Hilfsmittel sind zugelassen: nicht-programmierbarer Taschenrechner

Diese Klausur besteht aus drei Aufgaben, die in der zur Verfügung stehenden Zeit (2 Std.) zu bearbeiten sind. Runden Sie Ihre Berechnungen auf drei Stellen nach dem Komma.

Aufgabenstellung

Aufgabe 1:

Betrachten Sie das folgende ökonometrische Modell:

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t \tag{1}$$

$$\begin{aligned} \text{mit } y_t &= \text{Ausgaben für Schmuck und Uhren (in \$)} \\ x_t &= \text{verfügbares Einkommen (in \$)} \end{aligned}$$

Für den Zeitraum 1959–1994, stellt Dougherty (1997) jährliche Daten für die USA bereit. Die folgenden zusammenfassenden Ergebnisse können berechnet werden:

$$\begin{aligned} S_{xx} &= 33711148,0 & \overline{x} &= 3173,3 \\ S_{yy} &= 4043,4 & \overline{y} &= 20,4 \\ S_{xy} &= 362170,8 \end{aligned}$$

a) (*9 Punkte*) Schätzen Sie die Parameter α und β mit der KQ-Methode. Berechnen Sie das Bestimmheitsmaß R^2.

b) (*16 Punkte*) Berechnen Sie $S_{\widehat{u}\widehat{u}}$ (Ergebnis: $S_{\widehat{u}\widehat{u}} = 59.521$). Testen Sie, ob der *Niveau*parameter α gleich 0 ist (Signifikanzniveau 5%).

c) (*6 Punkte*) Berechnen Sie den 99% (!) Intervallschätzer für α.

d) (*5 Punkte*) Zeichnen Sie ein Diagramm, in dem Sie (grob!) Ihre geschätzte KQ–Regressionsgerade darstellen.

e) (*4 Punkte*) Sogenannte Luxusgüter sind gekenzeichnet durch einen Ausgaben*anteil*, der mit dem verfügbaren Einkommen ansteigt. Betrachten Sie nochmals Ihr Diagramm oder Ihre Schätzergebnisse. Können Sie Anhaltspunkte für oder gegen den verbreiteten Glauben finden, daß Schmuck und Uhren Luxusgüter sind?

Aufgabe 2:

Für U.S. Banken schätzt Maddala (1992) die folgende Angebotsfunktion für Geschäftskredite an Unternehmen:

$$q_t = \alpha + \beta_1 r_t + \beta_2 r_t^s + \beta_3 y_t + u_t \tag{2}$$

wobei

q_t =gesamte Geschäftskredite (in Mrd. \$)

r_t =durchschnittlicher von den Banken verlangter Kreditzins (in Prozentpunkte)

r_t^s =Diskontsatz für 3-monatige Treasury Bill Rate Rate (in Prozentpunkte)
[alternativer Zinssatz für Banken]

y_t =gesamte Bankeinlagen (in Mrd. \$)

Die KQ–Schätzung von Modell (2) (mit $T = 72$) ergibt $S_{\widehat{u}\widehat{u}} = 6034.2$ und

$$q_t = -77.41 + 2.41 r_t - 1.89 r_t^s + 0.33 y_t \ . \tag{3}$$

a) (*8 Punkte*) Überprüfen Sie mittels eines geeigneten Testverfahrens, ob die Nullhypothese $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$ abgelehnt werden kann (Signifikanzniveau 5%). Hinweis: Die Nullhypothese ergibt $S^0_{\widehat{u}\widehat{u}} = 259625.5$.

b) (*4 Punkte*) Können Sie aus den bisherigen Angaben die Schwankung in der endogenen Variablen q_t berechnen?

c) (*3 Punkte*) Nehmen Sie an, daß $y_0 = 1600$ und daß r_0^s bei 10 Prozentpunkten liegt. Welches Kreditvolumen kann erwartet werden, wenn die Banken ihren Zinssatz r_0 auf 12 Prozentpunkte setzen?

d) (*12 Punkte*) Maddala (1992) schätzt außerdem die Nachfragefunktion für Geschäftskredite:

$$q_t = \gamma + \delta_1 r_t + \delta_2 r_t^d + \delta_3 x_t + v_t \tag{4}$$

wobei

r_t^d =AAA corporate bond rate (in Prozentpunkte)
[repräsentiert den Preis einer alternativen Finanzierung für Unternehmen]

x_t =industrieller Produktionsindex
[Maß für die Erwartungen der Unternehmen über zukünftige Konjunktur]

Stellen Sie Gleichung (4) so um, daß r_t die endogene Variable ist. Gleichung (2) und die umgestellte Gleichung (4) stellen ein Gleichungssystem dar. Erklären Sie warum in Gleichung (2) r_t und u_t kontemporär negativ korreliert sind. Erläutern Sie die Konsequenzen dieser Korrelation für die frühere OLS–Schätzung von β_1.

e) (*5 Punkte*) Untersuchen Sie, ob in diesem interdependenten Gleichungssystem Gleichung (2) genau identifiziert ist.

f) (*8 Punkte*) Welches Schätzverfahren würden Sie, mit Blick auf Ihre Ergebnisse, für die Schätzung der Strukturparmeter von Gleichung (2) empfehlen. Beschreiben Sie dieses Verfahren kurz.

Question 3: Kurzfragen

a) (*6 Punkte*) Erläutern Sie mit Hilfe eines geeigneten Diagramms den Unterschied zwischen einem t-Wert und einem p–Wert. Interpretieren Sie den p-Wert.

b) (*8 Punkte*) Beschreiben Sie die GLS–Methode von Hildreth und Lu.

c) (*4 Punkte*) Die Summe der quadrierten Residuen eines ökonometrischen Modells ist niemals größer als die Summe der quadrierten Residuen eines entsprechenden Nullhypothesenmodells. Geben Sie für diese Aussage eine intuitive Erklärung.

d) (*6 Punkte*) Betrachten Sie die Regression

$$y_t = \alpha + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \beta_3 x_{3t} + u_t.$$

Nehmen wir an, Ihre KQ–Ergebnisse weisen einen hohen R^2 Wert aber geringe t-Werte für die Parameter β_1 und β_3 auf. Um Ihre Schätzung zu verbessern, wird Ihnen der Vorschlag gemacht, die Variablen x_{1t} und x_{3t} auszuschließen. Kommentieren Sie die Probleme, die sich aus diesem Vorschlag ergeben.

e) (*8 Punkte*) Skizzieren Sie das Vorgehen bei Hausman's Spezifikationstest. Warum stellt ein hoher Wert von m ein Widerspruch zur Nullhypothese dar?

f) (*5 Punkte*) Erklären Sie kurz die Bedeutung des Median Lag in dynamischen Modellen.

g) (*3 Punkte*) Warum ist die folgende Aussage falsch: "Ein Schätzer, der unverzerrt ist, ist auch konsistent"?

References:
Dougherty, C. (1997), Introduction to Econometrics.
Maddala, G. S. (1992), Introduction to Econometrics.

Lösungs-Skizze

Aufgabe 1

a) KQ-Schätzung

$$\begin{aligned}
\widehat{\beta} &= S_{xy}/S_{xx} = 362170,8/33711148,0 \approx 0,011 \\
\widehat{\alpha} &= \overline{y} - \widehat{\beta} \cdot \overline{x} = 28,4 - 0,011 \cdot 3173,3 \approx -14,506 \\
R^2 &= S_{xy}^2 / \left(S_{xx} S_{yy}\right) \approx 96,229\%
\end{aligned}$$

b) t-Test

1. $a = 5\%$. $H_0 : \alpha = 0$ und $H_1 : \alpha \neq 0$
2. Schätzung von $se(\widehat{\alpha})$. $T = 36$

$$\begin{aligned}
S_{\widehat{u}\widehat{u}} &= S_{yy} - \widehat{\beta} S_{xy} = 4043,4 - 0,011 \cdot 362170,8 \approx 59,521 \\
\widehat{\sigma}^2 &= S_{\widehat{u}\widehat{u}} / \left(T - 2\right) = 59,521/34 \approx 1,751 \\
\widehat{var}\left(\widehat{\alpha}\right) &= \widehat{\sigma}^2 \left(1/T + \overline{x}^2/S_{xx}\right) \\
&= 1,751 \cdot \left(1/36 + 3173,3^2/33711148,0\right) \\
&= 1,751 \left(1/36 + 0,2987\right) \\
&\approx 0,572
\end{aligned}$$

$$\widehat{se}(\widehat{\alpha}) = \sqrt{\widehat{var}\left(\widehat{\alpha}\right)} \approx 0,756$$

3. Berechnung des t-Wertes

$$t = \frac{\widehat{\alpha} - 0}{\widehat{se}(\widehat{\alpha})} = \frac{-14,506}{0,756} \approx -19,188$$

4. Bei 34 Freiheitsgraden beträgt der kritische Wert $t_{0,025} = 2,0322$
5. Da $|t| > t_{0,025}$ muß die Nullhypothese abgelehnt werden. Der Niveauparameter scheint von 0 verschieden zu sein.

c) Intervallschätzer beträgt

$$\begin{aligned}
&[\widehat{\alpha} - t_{0,005} \cdot \widehat{se}(\widehat{\alpha}); \widehat{\alpha} + t_{0,005} \cdot \widehat{se}(\widehat{\alpha})] \\
&= [-14,506 - 2,7284 \cdot 0,756; -14,506 + 2,7284 \cdot 0756] \\
&= [-16,569; -12,506]
\end{aligned}$$

d)

e) Erläuterung mittels Diagramm: Die Steigung eines Fahrstrahls aus dem Ursprung an die Regressionsgerade beziffert für jedes Niveau an verfügbarem Einkommen den Anteil der für Schmuck und Uhren ausgegeben wird. Da diese Steigung mit dem verfügbaren Einkommen zunimmt (Ursache ist $\alpha < 0$), bestätigt die Zeichnung den Luxuscharakter von Schmuck und Uhren. Erläuterung mittels KQ–Ergebnissen: Mit $\alpha < 0$ argumentieren.

Aufgabe 2
a) F-Test

1. $a = 5\%$. $H_0 : \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$. $T = 72$
2. $S_{\widehat{u}\widehat{u}} = 6034,2$ und $S^0_{\widehat{u}\widehat{u}} = 259625,5$
3. $$\begin{aligned} F &= \frac{\left(S^0_{\widehat{u}\widehat{u}} - S_{\widehat{u}\widehat{u}}\right)/L}{S_{\widehat{u}\widehat{u}}/\left(T-K-1\right)} = \frac{\left(259625,5 - 6034,2\right)/3}{6034,2/\left(72-3-1\right)} \\ &= \frac{84530,5}{88,735} = 952,617 \end{aligned}$$
4. Der kritische Wert liegt unterhalb von $2,839 = F_{(3,40)}$.
$$F_a(L, T-K-1) = F_{0,05}(2,24) = 3,403$$
5. Folglich muß H_0 abgelehnt werden. Die exogenen Variablen besitzen einen gemeinsamen signifikanten Einfluß.

b) Das Nullhypothesenmodell $y_t = \alpha + u_t$ liefert $\widehat{\alpha} = \overline{q}$. Folglich gilt $q_t = \overline{q} + \widehat{u}_t$ bzw. $(q_t - \overline{q})^2 = \widehat{u}_t^2$. Dies bedeutet $S_{yy} = S^0_{\widehat{u}\widehat{u}} = 259625,5$.

c)

$$\begin{aligned} \widehat{q}_0 &= -77,41 + 2,41 \cdot 12 - 1,89 \cdot 10 + 0,33 \cdot 1600 \\ &= 460,61 \end{aligned}$$

d) Umgeformte Gleichung (4):

$$r_t = -\frac{\gamma}{\delta_1} + \frac{1}{\delta_1} q_t - \frac{\delta_2}{\delta_1} r_t^d - \frac{\delta_3}{\delta_1} x_t - \frac{1}{\delta_1} v_t \tag{5}$$

In Gleichung (2) wird q_t von u_t positiv beeinflußt. Da $\delta_1 < 0$ sein müßte, beeinflußt in Gleichung (5) q_t die Variable r_t negativ, welche wiederum in (2) enthalten ist. Das heißt, über den Umweg q_t, wird r_t von u_t negativ beeinflußt.
e) Für Gleichung (2) gilt: $g^* = 2$, $k^* = 3$, $K^* = 5$ und damit

$$g^* + k^* - 1 = 4 < K^* = 5$$

Damit ist (2) überidentifiziert.

Aufgabe 3

a) siehe Abbildung 3.3 auf S.48.

b) Voraussetzungen für den Vergleich:

1. Die endogene Variable ist in den Modellen numerisch identisch.
2. Die Anzahl der exogenen Variablen ist in den Modellen identisch.
3. Alle Modelle besitzen einen Niveauparameter.

c) Tests, die einem Modell ein konkretes Konkurrenzmodell gegenüberstellen, werden als Spezifikationsmodell bezeichnet. Der F-Test zählt hierzu: Er vergleicht konkrete, alternative Spezifikationen.

Fehlspezifikationstests, wie das RESET-Verfahren, überprüfen hingegen lediglich, ob in den Residuen noch ein Hinweis auf inkorrekte Spezifikation des betrachteten Modells zu entdecken ist, ohne konkret ein alternatives Modell zu spezifizieren.

d) GVKQ-Methode von Cochrane und Orcutt:

1. Schätze mittels KQ–Methode

$$y_t = \alpha + \beta x_t + u_t$$

2. Speichere die Residuen des geschätzten Modells $y_t = \widehat{\alpha} + \widehat{\beta} x_t + \widehat{u}_t$.
3. Schätze ρ aus

$$\widehat{\rho} = \frac{\sum_{t=2}^{T} \widehat{u}_t \widehat{u}_{t-1}}{\sum_{t=2}^{T} \widehat{u}_{t-1}^2}$$

4. Transformiere die Variablen: $\begin{array}{lll} y_1^* = \sqrt{1-\widehat{\rho}^2}\, y_1 & z_1^* = \sqrt{1-\widehat{\rho}^2} & x_1^* = \sqrt{1-\widehat{\rho}^2}\, x_1 \\ y_t^* = y_t - \widehat{\rho} y_{t-1} & z_t^* = 1 - \widehat{\rho} & x_t^* = x_t - \widehat{\rho} x_{t-1} \end{array}$
5. Schätze das transformierte Modell:

$$y_t^* = \alpha + \beta x_t^* + u_t^*$$

und man erhält $\widehat{\beta}^{GVKQ}$ und $\widehat{\alpha}^{GVKQ}$.

e)

f)

g)