

**Klausur:** 77020 Schätzen und Testen

**Prüfer:** Vogt

**Datum:** 30. Januar 2008

**Name:** ..... **Vorname:** .....

**Matr.-Nr.:** ..... **Fakultät:** .....

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Gesamtpunkte	Note
Punkte											

Unterschrift der Prüfer: .....

.....

- Als Hilfsmittel sind zugelassen:**
- Nicht-programmierbare Taschenrechner ohne Kommunikations- oder Datenverarbeitungsfunktion (lt. Aushang des Prüfungsamtes)
  - Sechs nichtkopierte, original handbeschriebene Blätter nach eigener Wahl; diese sind mit den Klausurheften abzugeben.

- Hinweise:**
1. Bitte tragen Sie oben auf diesem Deckblatt zuerst Ihre persönlichen Daten ein!
  2. Die Klausur besteht aus neun Aufgaben.
  3. Bei den Ankreuzaufgaben gibt es immer mehrere Antwortmöglichkeiten. Von diesen ist genau eine richtig.
  4. Für eine korrekte Antwort erhalten Sie einen Punkt, für eine nicht beantwortete Frage gibt es keinen Punkt und für eine falsche Antwort wird Ihnen ein halber Punkt abgezogen. Die Punkte werden mit Gewichtungsfaktoren multipliziert, um zur Gesamtpunktzahl zu gelangen. Die jeweiligen Gewichte sind in der Aufgabenstellung angegeben.

5. Die Klausur ist bei 50 Prozent der Gesamtpunktzahl (114 Punkte) auf jeden Fall bestanden.
6. Nachstehend finden Sie die Aufgabensammlung mit integrierten Lösungsfeldern. Geben Sie Ihre Antworten bitte sorgfältig in den dafür vorgesehenen Bereichen an! Wenn Sie zu einer Aufgabe mehr als eine Antwort markieren oder angeben, wird diese als falsch bewertet. Falls Sie eine Korrektur vornehmen müssen, kennzeichnen Sie diese bitte deutlich!
7. Das Klausurheft besteht aus diesem Deckblatt (2 Seiten) plus Aufgaben (15 Seiten) plus statistische Tabellen (7 Seiten); bitte zählen Sie nach! Die Hefung darf nicht gelöst werden!
8. Zusätzlich erhalten Sie Papier für eventuelle Nebenrechnungen. Dieses ist nach Klausurende mit dem Aufgabenheft und den von Ihnen möglicherweise mitgebrachten handschriftlichen Blättern vollständig abzugeben!
9. Beachten Sie die Angaben zum etwaigen Runden in den jeweiligen Teilaufgaben.

**Viel Erfolg!!!!!!**

## Aufgabe 1

Ein Kaffeeröster erhält eine Lieferung von 20 Säcken feinsten Premiumkaffees aus Guatemala. Zur Überprüfung der Qualität entnimmt er aus drei Säcken eine Stichprobe ohne diese wieder zurückzulegen. Sollte mindestens eine der Stichproben nicht die gewünschte Qualität aufzeigen, wird die Lieferung zurückgeschickt.

Im Folgenden soll davon ausgegangen werden, dass zwei Säcke von minderer Qualität sind und  $X$  die Anzahl der Säcke in der Stichprobe, die von minderer Qualität sind.

- a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsfunktion von  $X$  (*Gewicht 1*)!

- b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung aufgrund der Stichprobe wieder zurückgeschickt wird? Runden Sie dabei das Ergebnis auf drei Stellen nach dem Komma! (*Gewicht 2*)

- 0,716
- 0,284
- 0,375
- 0,629
- keine der Antworten ist richtig

- c) Geben Sie den Erwartungswert der Verteilung an! Runden Sie das Ergebnis auf zwei Stellen nach dem Komma! (*Gewicht 2*)

- 0,20
- 0,25
- 0,30
- 0,33
- keine der Antworten ist richtig

d) Geben Sie die Varianz der Verteilung an! Runden Sie das Ergebnis auf drei Stellen nach dem Komma! (*Gewicht 2*)

- 0,242
- 0,270
- 0,315
- 0,267
- keine der Antworten ist richtig

**Es soll nun davon ausgegangen werden, dass die Säcke mit zurücklegen überprüft werden.**

e) Geben Sie für diesen Fall die Wahrscheinlichkeitsfunktion von  $X$ ! (*Gewicht 1*)

f) Wie groß ist nun die Wahrscheinlichkeit, dass die Lieferung aufgrund der Stichprobe wieder zurückgeschickt wird? Runden Sie dabei das Ergebnis auf drei Stellen nach dem Komma! (*Gewicht 2*)

- 0,729
- 0,271
- 0,919
- 0,284
- keine der Antworten ist richtig

g) Geben Sie auch für diese Verteilung den Erwartungswert an! Runden Sie das Ergebnis auf zwei Stellen nach dem Komma! (*Gewicht 2*)

- 0,20
- 0,25
- 0,30
- 0,33
- keine der Antworten ist richtig

h) Geben Sie auch für diese Verteilung die Varianz an! Runden Sie das Ergebnis auf drei Stellen nach dem Komma! (*Gewicht 2*)

- 0,270
- 0,241
- 0,255
- 0,281
- keine der Antworten ist richtig

## Aufgabe 2

Um die Zahlungsbereitschaft für Moccacino unter Studierenden der Wirtschaftswissenschaft herauszufinden wurden zwölf zufällig ausgewählte Studierende befragt. Die ermittelte mittlere Zahlungsbereitschaft  $\bar{x} = 1,96$  Euro. Die Stichprobenvarianz  $s^2 = 0,25$ . Gehen Sie davon aus, dass die Zahlungsbereitschaft normalverteilt ist.

a) Wie lautet für den gegebenen Sachverhalt die allgemeine Formel zur Bestimmung des Konfidenzintervalls für den Erwartungswert  $\mu$ ? (*Gewicht 2*)

- $\left[ \bar{X} - t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + t_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$
- $\left[ \bar{X} - z_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + z_{n-1; 1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$
- $\left[ \bar{X} - t_{n-1; 1-\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + t_{n-1; 1-\alpha} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$
- $\left[ \bar{X} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} ; \bar{X} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \right]$
- keine der Antworten ist richtig

b) Wie lautet das Konfidenzintervall zum Konfidenzniveau 0,95 für den Erwartungswert  $\mu$  der Zahlungsbereitschaft der Studierenden. Runden Sie Ihr Endergebnis auf zwei Stellen nach dem Komma! (*Gewicht 3*)

- [1,70 ; 2,22]
- [1,68 ; 2,24]
- [1,64 ; 2,28]
- [1,72 ; 2,20]
- keine der Antworten ist richtig

c) Der Statistikprofessor der Fakultät hat seine Mitarbeiter mit einer Vollerhebung beauftragt. Er teilt Ihnen nun mit, dass die Varianz der Grundgesamtheit  $\sigma^2 = 0,21$  beträgt. Ein Kommilitone behauptet, dass Sie für die Bestimmung des Konfidenzintervalls dieselbe Formel verwenden müssen, wie zuvor. Hat er damit recht? (*Gewicht 1*)

- Ja
- Nein
- keine der Antworten ist richtig

d) Wie lautet das konkrete Konfidenzintervall für den Erwartungswert  $\mu$  zum Konfidenzniveau 0,95? Runden Sie Ihr Endergebnis auf zwei Stellen nach dem Komma! (*Gewicht 3*)

- [1,70 ; 2,22]
- [1,68 ; 2,24]
- [1,64 ; 2,28]
- [1,72 ; 2,20]
- keine der Antworten ist richtig

### Aufgabe 3

Die zu betrachtende Grundgesamtheit  $G$  ist bezüglich eines Merkmals  $X$  ( $X$  ist eine positive reelle Zahl) exponentialverteilt mit dem unbekanntem Parameter  $\lambda$ .

- a) Wie lautet die Formel zur Berechnung der Loglikelihood-Funktion  $l(\lambda) = l(\lambda; x_1, \dots, x_n)$ ?  
(Gewicht 1)

- $\prod_{i=1}^n P(X_i = x_i)$
- $\prod_{i=1}^n (\ln(P(X_i = x_i)))$
- $\ln\left(\prod_{i=1}^n P(X_i = x_i)\right)$
- $\sum_{i=1}^n \left(\prod_{i=1}^n (\ln(P(X_i = x_i)))\right)$
- keine der Antworten ist richtig

- b) Wie lautet die Likelihood-Funktion  $f(x_1, \dots, x_n; \lambda)$  zu den  $n$  unabhängigen, exponentialverteilten Stichprobenvariablen  $X_1, \dots, X_n$ ? (Gewicht 3)

- $f(x_1, \dots, x_n; \lambda) = \frac{\lambda^{\sum_{i=1}^n x_i} e^{-n\lambda}}{x_1! \dots x_n!}$
- $f(x_1, \dots, x_n; \lambda) = e^{-\lambda x_1} \dots e^{-\lambda x_n} = e^{-\lambda \sum x_i}$
- $f(x_1, \dots, x_n; \lambda) = \lambda e^{-\lambda x_1} \dots \lambda e^{-\lambda x_n} = \lambda^n e^{-\lambda \sum x_i}$
- $f(x_1, \dots, x_n; \lambda) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - \sum x_i)$
- keine der Antworten ist richtig

- c) Wie lautet die, zu Aufgabe b) gehörende Loglikelihood-Funktion  $l(\lambda) = l(\lambda; x_1, \dots, x_n)$ ?  
(Gewicht 4)

- $l(\lambda; x_1, \dots, x_n) = n \ln \lambda - \lambda \sum x_i$
- $l(\lambda; x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^n x_i \ln \lambda - n\lambda - \ln(x_1! \cdot \dots \cdot x_n!)$
- $l(\lambda; x_1, \dots, x_n) = -\lambda \sum x_i$
- $l(\lambda; x_1, \dots, x_n) = \frac{1}{\lambda^n} - \lambda \sum x_i$
- keine der Antworten ist richtig

- d) Wie lautet der Schätzwert  $\hat{\lambda}$  (repräsentiert durch das Maximum der Likelihood-Schätzfunktion) für den unbekannt Parameter  $\lambda$ ? (Gewicht 4)

- $\hat{\lambda} = \frac{-n\lambda^{-n-1}}{\sum x_i}$
- $\hat{\lambda} = \frac{1}{\sum x_i}$
- $\hat{\lambda} = 1 - \frac{1}{\sum x_i}$
- $\hat{\lambda} = \frac{n}{\sum x_i}$
- keine der Antworten ist richtig



#### Aufgabe 4

Ein statistisch interessierter Gymnasiallehrer möchte wissen, ob die erwartete Punktzahl seiner Schüler in den Fächern Physik und Chemie gleich groß ist. Dazu erstellt er eine Tabelle, in welcher für jeden Schüler seiner Klasse die Punkte in den beiden Fächern abgetragen sind.

Testen Sie, ob die erwartete Punktzahl in beiden Fächern gleich groß ist!

Schülernummer	Physik	Chemie
01	12	9
02	10	9
03	8	10
04	7	11
05	10	11
06	14	13
07	12	10
08	11	9
09	7	8
10	13	9

**Führen Sie hierfür einen Vorzeichentest zu einem Signifikanzniveau von 5 Prozent durch!**

a) Wie lautet dafür die Teststatistik? (Gewicht 1)

b) Wie lautet  $H_0$  und  $H_1$ ? (Gewicht 2)

- $H_0 : M_D \geq 0 \quad H_1 : M_D < 0$
- $H_0 : M_D = 0 \quad H_1 : M_D \neq 0$
- $H_0 : M_D \neq 0 \quad H_1 : M_D = 0$
- $H_0 : M_D < 0 \quad H_1 : M_D \geq 0$
- keine der Antworten ist richtig

c) Wie lautet die Entscheidungsregel? (Gewicht 2)

- $S \leq S_{\alpha/2}$  oder  $S \geq n - S_{\alpha/2}$
- $S \leq S_{\alpha}$  oder  $S \geq n - S_{\alpha}$
- $S \leq S_{\alpha/2}$  oder  $S \geq n \cdot \frac{(n+1)}{2} - S_{\alpha/2}$
- $S \geq n - S_{\alpha}$
- keine der Antworten ist richtig

d) Wie lauten der Wert der Teststatistik und der kritische Wert? (Gewicht 3)

- Wert aus Teststatistik: 6      kritischer Wert: 1
- Wert aus Teststatistik: 6      kritischer Wert: 2
- Wert aus Teststatistik: 6,5      kritischer Wert: 1
- Wert aus Teststatistik: 5      kritischer Wert: 1
- keine der Antworten ist richtig

e) Wird  $H_0$  abgelehnt? (Gewicht 2)

- ja
- nein
- keine der Antworten ist richtig

**Führen Sie nun zur selben Aufgabenstellung einen Wilcoxon-Vorzeichentest zu einem Signifikanzniveau von 5 Prozent durch!**

f) Wie lautet in diesem Fall die Teststatistik? (Gewicht 1)

g) Wie lautet hierfür die Nullhypothese? (Gewicht 3)

h) Wie lautet die Entscheidungsregel? (Gewicht 2)

- $W^+ \leq W_{\alpha/2}$  oder  $W^+ \geq \frac{n \cdot (n+1)}{2} - W_{\alpha/2}$
- $W^+ \leq W_{\alpha}$  oder  $W^+ \geq n - W_{\alpha}$
- $W^+ \leq W_{\alpha/2}$  oder  $W^+ \geq n - W_{\alpha/2}$
- $W^+ \geq \frac{n \cdot (n+1)}{2} - W_{\alpha}$
- keine der Antworten ist richtig

i) Wie lauten der Wert der Teststatistik und der kritische Wert? (Gewicht 3)

- Wert aus Teststatistik: 34,5 kritischer Wert: 10
- Wert aus Teststatistik: 29 kritischer Wert: 8
- Wert aus Teststatistik: 34,5 kritischer Wert: 8
- Wert aus Teststatistik: 29 kritischer Wert: 10
- keine der Antworten ist richtig

j) Wird  $H_0$  abgelehnt? (Gewicht 2)

- ja
- nein
- keine der Antworten ist richtig

## Aufgabe 5

Nach der Vorlesung Schätzen und Testen kommt ein Kommilitone zu Ihnen und fragt, ob Frauen und Männer unterschiedliche Studiengänge studieren, also ob es einen Zusammenhang zwischen Studiengang und Geschlecht gibt. Ihr Kommilitone zeigt eine Tabelle, welche er in einer Datenbank des Statistischen Bundesamtes gefunden hat. Aus der Tabelle können Sie die gemeinsame Verteilung der Merkmale Geschlecht und Studienrichtung entnehmen.

Statistik der Studienanfänger in Deutschland		
Studienrichtung \ WS2006/ 07	männlich	weiblich
Betriebswirtschaftslehre	9804	9013
Intern. Betriebswirtschaft/ Management	1290	1881
Volkswirtschaftslehre	1754	912

(C)opyright Statistisches Bundesamt, Wiesbaden 2008

- a) Nach kurzem Überlegen erinnern Sie sich an die vorletzte Vorlesung und schlagen Ihrem Kommilitonen, um den Zusammenhang zwischen Studienrichtung und Geschlecht zu überprüfen, folgenden Test vor: (Gewicht 2)

- b) Die Teststatistik für den zu verwendenden Test lautet: (Gewicht 2)

$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(n_{ij} - \tilde{n}_{ij})^2}{\tilde{n}_{ij}}$

$t = \frac{\sqrt{n_{ij}}(\bar{n}_{ij} - \mu_0)}{\tilde{n}_{ij}}$

$\chi^2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^c \frac{(\tilde{n}_{ij} - n_{ij})^2}{n_{ij}}$

$W^+ = \sum_{i=1}^n rg|D_i|Z_i \quad \text{mit} \quad Z_i = \begin{cases} 1 & D_i < 0 \\ 0 & D_i > 0 \end{cases}$

- keine der Antworten ist richtig

c) Ihre Berechnungen aus der Teststatistik ergeben auf zwei Stellen nach dem Komma gerundet: *(Gewicht 3)*

- 1,946
- 365,78
- 393,35
- 25
- keine der Antworten ist richtig

d) Sei  $\alpha = 0,05$  dann ist der kritische Wert: *(Gewicht 2)*

- 9,35
- 36
- 9,49
- 5,99
- keine der Antworten ist richtig

e) Sie überprüfen anhand eines geeigneten statistischen Test zum Niveau  $\alpha = 0,05$ . Sind die beiden Merkmale von einander unabhängig? *(Gewicht 1)*

- ja
- nein
- keine der Antworten ist richtig

## Aufgabe 6

Vor Beginn des Wintersemesters waren Sie mit ein paar Kommilitonen beim Münchener Oktoberfest. Rein aus wissenschaftlichem Interesse haben Sie 20 Maß Bier bestellt um zu überprüfen, ob die durchschnittliche Füllmenge von einem Liter (1.000 ml) tatsächlich gegeben ist. Sie können annehmen, dass Ihre Stichprobe normalverteilt ist. Der Stichprobenmittelwert beträgt 900 ml und die Standardabweichung 150 ml. Kann anhand Ihrer Stichprobe davon ausgegangen werden, dass die durchschnittliche Füllmenge mindestens 1.000 ml beträgt?

a) Ihre Nullhypothese ist demzufolge: *(Gewicht 2)*

- $H_0 : \mu \geq \mu_o = 1.000$        $H_1 : \mu < \mu_o = 1.000$
- $H_0 : \mu \leq \mu_o = 1.000$        $H_1 : \mu > \mu_o = 1.000$
- $H_0 : \mu < \mu_o = 1.000$        $H_1 : \mu \neq \mu_o = 1.000$
- $H_0 : \mu \neq \mu_o = 1.000$        $H_1 : \mu < \mu_o = 1.000$
- keine der Antworten ist richtig oder mehrere Antworten sind richtig

b) Zur Überprüfung Ihrer Hypothese ist folgender Test geeignet: *(Gewicht 2)*

c) Wie lautet die die Teststatistik: *(Gewicht 2)*

d) Die Berechnung der Teststatistik für den zu verwendenden Test ergibt: *(Gewicht 3)*

e) Bei einer Fehlerwahrscheinlichkeit 1. Art von einem Prozent sprechen die Daten

- dafür
- dagegen
- keine der Antworten ist richtig

, dass die durchschnittliche Füllmenge mindestens 1.000 ml beträgt. *(Gewicht 1)*

### **Aufgabe 7**

a) Wenn eine Varianzanalyse mit dem F-Test durchführbar ist, dann gilt: *(Gewicht 4)*

- ein Kruskal-Wallis Test ist auch durchführbar
- ein Kruskal-Wallis Test darf nicht durchgeführt werden
- ein Kruskal-Wallis Test darf nur bei nicht signifikantem Ergebnis des F-Tests durchgeführt werden
- ein Kruskal-Wallis Test darf nur bei signifikantem Ergebnis des F-Tests durchgeführt werden
- keine der Antworten ist richtig

b) Der F-Test darf nur in den folgenden Fällen durchgeführt werden: *(Gewicht 4)*

- wenn die Zahl der Gruppen kleiner fünf ist
- wenn die Zahl der Gruppen mindestens drei ist
- wenn die Zufallsvariablen standardnormalverteilt sind
- keine der Antworten ist richtig

- c) Beim F-Test verändert sich das Signifikanzniveau  $\alpha$  des Tests, wenn eine zusätzliche Gruppe mit untersucht wird: *(Gewicht 4)*
- in jedem Fall
  - nicht
  - möglicherweise
  - keine der Antworten ist richtig

### Aufgabe 8

- a) Der zentrale Grenzwertsatz besagt, dass: *(Gewicht 4)*
- bei 100 Zügen aus einer Verteilung, diese eine Normalverteilung ist
  - der Erwartungswert des Mittelwertes Null ist
  - die Varianz des Mittelwertes Null ist
  - keine der Antworten ist richtig
- b) Das schwache Gesetz der großen Zahlen gilt: *(Gewicht 4)*
- nicht für normalverteilte Zufallsvariablen
  - nur für alle Zufallsvariablen mit Erwartungswert größer Null
  - für alle Zufallsvariablen
  - keine der Antworten ist richtig
- c) Beim Werfen eines 6-seitigen Würfels können die folgenden Ereignisse nach 1.000.000 Würfeln nicht mehr auftreten: *(Gewicht 4)*
- hundertmal die sechs
  - mindestens eine 1 in zehn Würfeln
  - die Summe von zehn Würfeln ist zehn
  - keine der Antworten ist richtig



## Aufgabe 9

Welche der folgenden Aussagen sind richtig?

- a) Die Varianz eines Maximum Likelihood-Schätzers ist im Vergleich zu allen anderen erwartungstreuen Schätzern größer als die der erwartungstreuen Schätzer? *(Gewicht 4)*
- ja
  - nein
  - keine der Antworten ist richtig
- b) Die Varianz eines erwartungstreuen Schätzers wird kleiner, wenn der Stichprobenumfang steigt? *(Gewicht 4)*
- ja
  - nein
  - keine der Antworten ist richtig
- c) Für einen festen Wert des zu schätzenden Parameters  $\Theta$  einer Zufallsvariable gibt der Wert der Likelihood-Funktion in der Maximum-Likelihoodschätzung die Wahrscheinlichkeit für die Beobachtung an? *(Gewicht 4)*
- ja
  - nein
  - keine der Antworten ist richtig
- d) Ist ein im quadratischen Mittel konsistenter Schätzer erwartungstreu? *(Gewicht 2)*
- ja
  - nein
  - keine der Antworten ist richtig

Tabelle 1: Verteilungsfunktion  $\Phi(z)$  der Standardnormalverteilung

$z$	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0.500	0.504	0.508	0.512	0.516	0.520	0.524	0.528	0.532	0.536
0.1	0.540	0.544	0.548	0.552	0.556	0.560	0.564	0.567	0.571	0.575
0.2	0.579	0.583	0.587	0.591	0.595	0.599	0.603	0.606	0.610	0.614
0.3	0.618	0.622	0.626	0.629	0.633	0.637	0.641	0.644	0.648	0.652
0.4	0.655	0.659	0.663	0.666	0.670	0.674	0.677	0.681	0.684	0.688
0.5	0.691	0.695	0.698	0.702	0.705	0.709	0.712	0.716	0.719	0.722
0.6	0.726	0.729	0.732	0.736	0.739	0.742	0.745	0.749	0.752	0.755
0.7	0.758	0.761	0.764	0.767	0.770	0.773	0.776	0.779	0.782	0.785
0.8	0.788	0.791	0.794	0.797	0.800	0.802	0.805	0.808	0.811	0.813
0.9	0.816	0.819	0.821	0.824	0.826	0.829	0.831	0.834	0.836	0.839
1.0	0.841	0.844	0.846	0.848	0.851	0.853	0.855	0.858	0.860	0.862
1.1	0.864	0.867	0.869	0.871	0.873	0.875	0.877	0.879	0.881	0.883
1.2	0.885	0.887	0.889	0.891	0.893	0.894	0.896	0.898	0.900	0.901
1.3	0.903	0.905	0.907	0.908	0.910	0.911	0.913	0.915	0.916	0.918
1.4	0.919	0.921	0.922	0.924	0.925	0.926	0.928	0.929	0.931	0.932
1.5	0.933	0.934	0.936	0.937	0.938	0.939	0.941	0.942	0.943	0.944
1.6	0.945	0.946	0.947	0.948	0.949	0.951	0.952	0.953	0.954	0.954
1.7	0.955	0.956	0.957	0.958	0.959	0.960	0.961	0.962	0.962	0.963
1.8	0.964	0.965	0.966	0.966	0.967	0.968	0.969	0.969	0.970	0.971
1.9	0.971	0.972	0.973	0.973	0.974	0.974	0.975	0.976	0.976	0.977
2.0	0.977	0.978	0.978	0.979	0.979	0.980	0.980	0.981	0.981	0.982
2.1	0.982	0.983	0.983	0.983	0.984	0.984	0.985	0.985	0.985	0.986
2.2	0.986	0.986	0.987	0.987	0.987	0.988	0.988	0.988	0.989	0.989
2.3	0.989	0.990	0.990	0.990	0.990	0.991	0.991	0.991	0.991	0.992
2.4	0.992	0.992	0.992	0.992	0.993	0.993	0.993	0.993	0.993	0.994
2.5	0.994	0.994	0.994	0.994	0.994	0.995	0.995	0.995	0.995	0.995
2.6	0.995	0.995	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996	0.996
2.7	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997	0.997
2.8	0.997	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998
2.9	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.998	0.999	0.999	0.999
3.0	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999	0.999

Tabelle 2: Quantile der t-Verteilung

$\nu$	$t_{\nu;0.9}$	$t_{\nu;0.95}$	$t_{\nu;0.975}$	$t_{\nu;0.99}$	$t_{\nu;0.995}$
1	3.0777	6.3138	12.7062	31.8205	63.6567
2	1.8856	2.9200	4.3027	6.9646	9.9248
3	1.6377	2.3534	3.1824	4.5407	5.8409
4	1.5332	2.1318	2.7764	3.7469	4.6041
5	1.4759	2.0150	2.5706	3.3649	4.0321
6	1.4398	1.9432	2.4469	3.1427	3.7074
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.9980	3.4995
8	1.3968	1.8595	2.3060	2.8965	3.3554
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498
10	1.3722	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693
11	1.3634	1.7959	2.2010	2.7181	3.1058
12	1.3562	1.7823	2.1788	2.6810	3.0545
13	1.3502	1.7709	2.1604	2.6503	3.0123
14	1.3450	1.7613	2.1448	2.6245	2.9768
15	1.3406	1.7531	2.1314	2.6025	2.9467
16	1.3368	1.7459	2.1199	2.5835	2.9208
17	1.3334	1.7396	2.1098	2.5669	2.8982
18	1.3304	1.7341	2.1009	2.5524	2.8784
19	1.3277	1.7291	2.0930	2.5395	2.8609
20	1.3253	1.7247	2.0860	2.5280	2.8453
21	1.3232	1.7207	2.0796	2.5176	2.8314
22	1.3212	1.7171	2.0739	2.5083	2.8188
23	1.3195	1.7139	2.0687	2.4999	2.8073
24	1.3178	1.7109	2.0639	2.4922	2.7969
25	1.3163	1.7081	2.0595	2.4851	2.7874

Tabelle 3: Quantile der  $\chi^2$ -Verteilung mit k Freiheitsgraden

$k$	$\chi^2_{k;0.95}$	$\chi^2_{k;0.975}$	$\chi^2_{k;0.9833}$	$\chi^2_{k;0.9875}$	$\chi^2_{k;0.99}$
1	3.84	5.02	5.73	6.24	6.63
2	5.99	7.38	8.19	8.76	9.21
3	7.81	9.35	10.24	10.86	11.34
4	9.49	11.14	12.09	12.76	13.28
5	11.07	12.83	13.84	14.54	15.09
6	12.59	14.45	15.51	16.24	16.81
7	14.07	16.01	17.12	17.88	18.48
8	15.51	17.53	18.68	19.48	20.09
9	16.92	19.02	20.21	21.03	21.67
10	18.31	20.48	21.71	22.56	23.21
11	19.68	21.92	23.18	24.06	24.72
12	21.03	23.34	24.63	25.53	26.22
13	22.36	24.74	26.06	26.98	27.69
14	23.68	26.12	27.48	28.42	29.14
15	25.00	27.49	28.88	29.84	30.58
16	26.30	28.85	30.27	31.25	32.00
17	27.59	30.19	31.64	32.64	33.41
18	28.87	31.53	33.01	34.03	34.81
19	30.14	32.85	34.36	35.40	36.19
20	31.41	34.17	35.70	36.76	37.57
21	32.67	35.48	37.04	38.11	38.93
22	33.92	36.78	38.37	39.46	40.29
23	35.17	38.08	39.68	40.79	41.64
24	36.42	39.36	41.00	42.12	42.98
25	37.65	40.65	42.30	43.45	44.31

Tabelle 4: kritische Werte des Vorzeichentests

$n$	$s_{0.005}$	$s_{0.01}$	$s_{0.025}$	$s_{0.05}$	$s_{0.10}$
5				0	0
6			0	0	0
7		0	0	0	1
8	0	0	0	1	1
9	0	0	1	1	2
10	0	0	1	1	2
11	0	1	1	2	3
12	1	1	2	2	3
13	1	1	2	3	3
14	1	2	2	3	3
15	2	2	3	3	4
16	2	2	3	4	4
17	2	3	4	4	5
18	3	3	4	5	5
19	3	4	4	5	6
20	3	4	5	5	6

Tabelle 5: kritische Werte des Wilcoxon-Vorzeichen-Rangtests

$n$	$w_{0.005}$	$w_{0.01}$	$w_{0.025}$	$w_{0.05}$	$w_{0.10}$
5				0	2
6		0	0	2	3
7		0	2	3	5
8	0	1	3	5	8
9	1	3	5	8	10
10	3	5	8	10	14
11	5	7	10	13	17
12	7	9	13	17	21
13	9	12	17	21	26
14	12	15	21	25	31
15	15	19	25	30	36
16	19	23	29	35	42
17	23	27	34	41	48
18	27	32	40	47	55
19	32	37	46	53	62
20	37	43	52	60	69

Tabelle 6: Quantile der Teststatistik des Wilcoxon-Rangsummentests

$m = n$	$w_{0.005}$	$w_{0.01}$	$w_{0.025}$	$w_{0.05}$	$w_{0.10}$
3				6	7
4			10	11	14
5	15	16	17	19	20
6	23	24	26	28	30
7	32	34	36	39	41
8	43	45	49	51	55
9	56	59	62	66	70
10	71	74	78	82	87

Tabelle 7: Das 0,95-Quantil  $F_{m,n,0,95}$  der F-Verteilung mit m und n Freiheitsgraden

n	m						
	1	2	3	4	5	6	7
1	161.45	199.5	215.71	224.58	230.16	233.99	236.77
2	18.51	19.00	19.16	19.25	19.30	19.33	19.35
3	10.13	9.55	9.28	9.12	9.01	8.94	8.89
4	7.71	6.94	6.59	6.39	6.26	6.16	6.09
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33