

Fakultät für Mathematik
Institut für Algebra und Geometrie
Prof. Dr. A. Pott

Klausur Grundkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaft

10.02.2012

- Es gibt 5 Aufgaben.
- Jede Aufgabe ist 10 Punkte wert. Die Punkte pro Teilaufgabe sind auf dem Klausurblatt notiert.
- Als Hilfsmittel sind zugelassen:
 - Ein beidseitig beschriebenes oder bedrucktes DIN-A4 Blatt.
 - Ein Taschenrechner, bei dem Sie aber von einer möglicherweise vorhandenen Speicherfunktion für Texte nicht Gebrauch machen dürfen.
- Mobiltelefone müssen ausgeschaltet sein!
- Es müssen dokumentenechte Stifte benutzt werden (keine Bleistifte).
- Bei der Bearbeitung der Aufgaben 1. bis 4. muss der Lösungsweg klar erkennbar sein. Das Ergebnis allein kann nicht gewertet werden.
- Benutzen Sie bitte für jede Aufgabe eine neue Seite im Klausurheft.
- Tragen Sie die auf dem Klausurheft gefragten Daten zu Ihrer Person ein und versehen die Formelsammlung mit Ihrem Namen.
- Das Aufgabenblatt und die Formelsammlung sind mit dem Klausurheft abzugeben.
- Beachten Sie auch die Hinweise auf den von der Fakultät für Wirtschaftswissenschaft ausgegebenen Platzzetteln.

Viel Erfolg!

Klausur Grundkurs Mathematik für Wirtschaftswissenschaft

10.02.2012

(1) (10 Punkte) Gegeben sei eine Funktion

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 & \text{für } x \leq 0, \\ a \cdot (\sin(x))^2 - x & \text{für } 0 < x \leq \frac{3\pi}{2}, \\ 0 & \text{für } \frac{3\pi}{2} < x. \end{cases}$$

Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist diese Funktion stetig? (Hinweis: $\sin(\frac{3\pi}{2}) = -1$).

(2) (10 Punkte) Zeigen Sie:

$$\int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx = -x + 2 \ln |e^x - 1| + C,$$

wobei $C \in \mathbb{R}$ eine beliebige Konstante ist.

(3) Gegeben sei das lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + \lambda x_3 &= 3\lambda - 1 \\ -9x_1 + 4x_2 - \lambda x_3 &= 7 - 9\lambda \\ -3x_1 + 2x_2 + (\lambda^2 - \lambda)x_3 &= 3 - 2\lambda, \end{aligned}$$

wobei $\lambda \in \mathbb{R}$. (4 Punkte für die korrekten Umformungen)

(a) Für welche Werte von λ hat das Gleichungssystem

i) unendlich viele Lösungen, (2 Punkte)

ii) keine Lösung. (2 Punkte)

(b) Setzen Sie $\lambda = -2$ und lösen Sie das Gleichungssystem. (2 Punkte)

(4) Wir betrachten die Zahlenfolge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ mit

$$a_n = \frac{6n - 3}{6 - 5n}.$$

(a) (1 Punkt) Geben Sie a_1 , a_2 , a_3 und a_4 an.

(b) (4 Punkte) Zeigen Sie

$$a_n \geq a_{n-1} \quad \text{für } n \geq 3.$$

(c) (2 Punkte) Bestimmen Sie

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n.$$

(d) Untersuchen Sie die Folge (a_n) auf Beschränktheit (1 Punkt) sowie die Reihe $(\sum_{i=1}^n a_i)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Konvergenz (2 Punkte).

Abbildung 1: $p(x)$

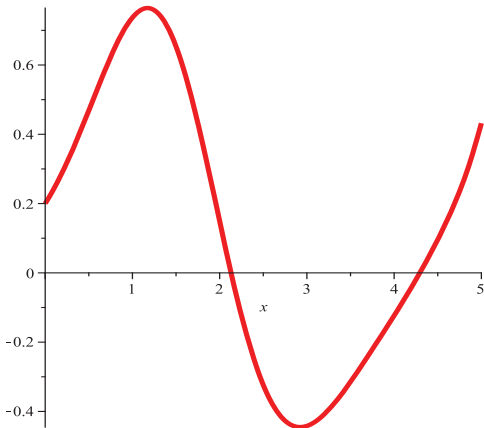


Abbildung 2: $g(x)$

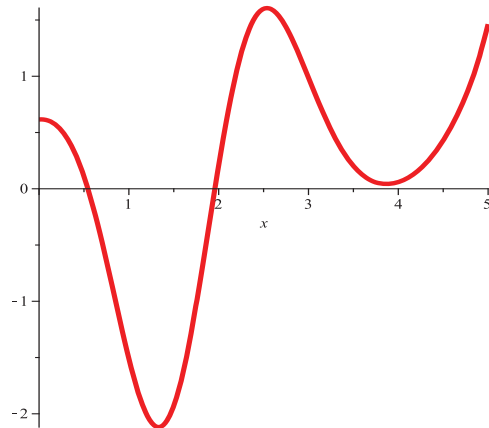


Abbildung 3: $r(x)$

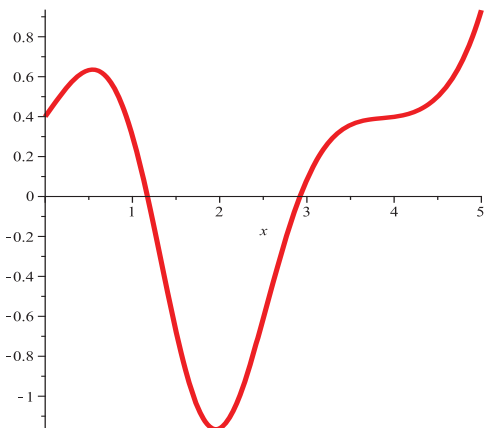
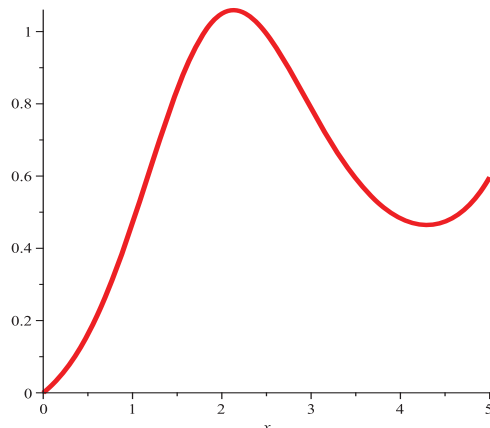


Abbildung 4: $s(x)$



- (5) (a) **(6 Punkte)** Sie sehen oben in den Abbildungen 1. bis 4. die Graphen von vier Funktionen $p(x), q(x), r(x)$ und $s(x)$. Ordnen Sie die Graphen so, dass der zweite Graph die Ableitung des ersten, der dritte Graph die Ableitung des zweiten und der vierte Graph die Ableitung des dritten ist!
- (b) Sie sehen rechts den Graphen einer Funktion $a(x)$ (Abbildung 5.). Von den vier weiteren Graphen in den Abbildungen 6. bis 9. ist genau einer der Graph der zweiten Ableitung $a''(x)$.
- (2 Punkte)** Geben Sie an, welcher!
 - (2 Punkte)** Geben Sie eine knappe Begründung für Ihre Antwort.

Abbildung 5: $a(x)$

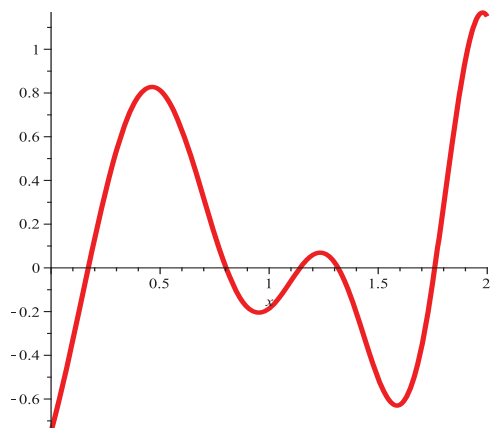


Abbildung 6: $a_1(x)$

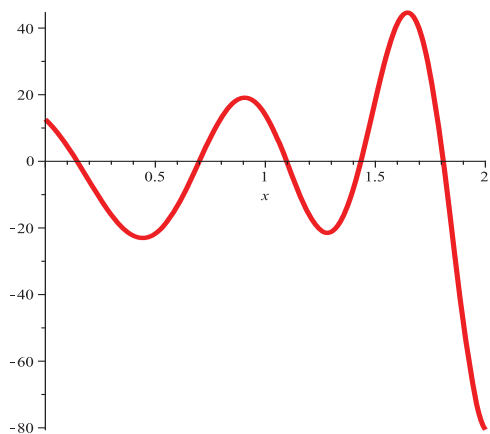


Abbildung 7: $a_2(x)$

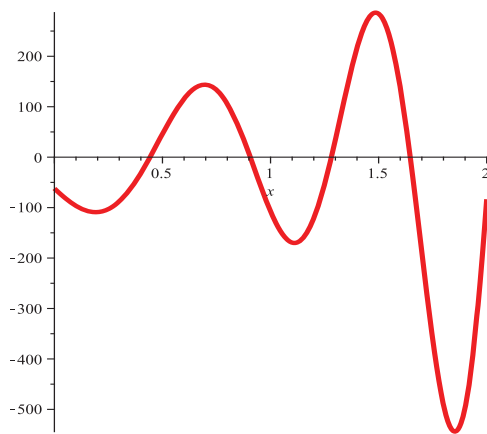


Abbildung 8: $a_3(x)$

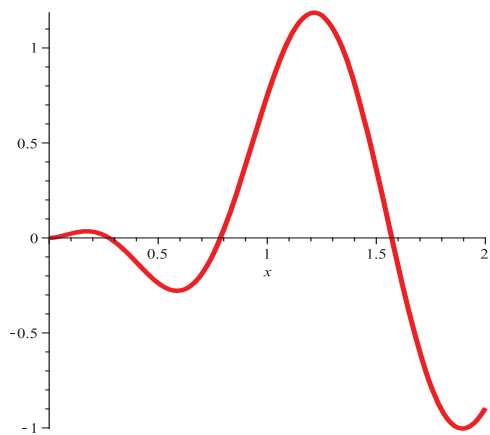


Abbildung 9: $a_4(x)$

